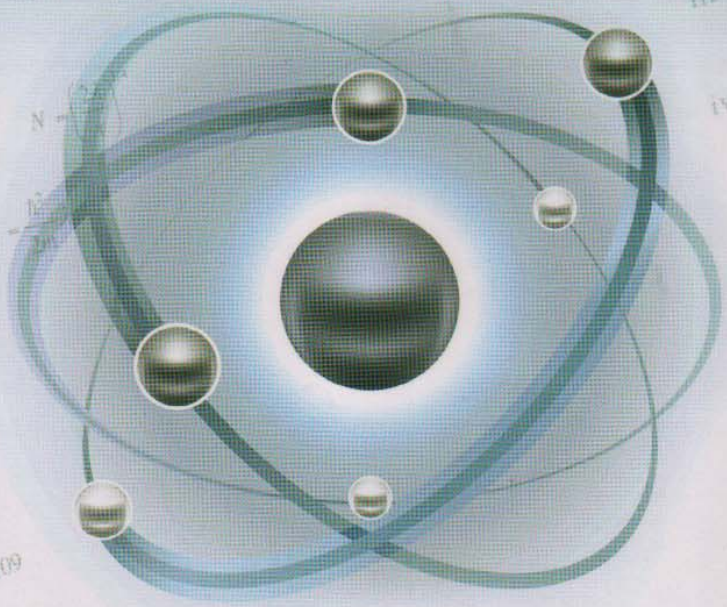
أساسيات

ميكانيكا الكم

بأمثلة محلولة



أ.د إبراهيم محمود أحمد ناصر

د. عفاف السيد عبدالهادي

العبيكان
Obeikan

جامعة الملك فهد للبترول والمعادن
عمادة البحث العلمي

أساسيات ميكانيكا الكم

بأمثلة محلولة

Principles of Quantum Mechanics

with

Solved Examples

إعداد

أ.د. إبراهيم محمود أحمد ناصر

أستاذ الفيزياء النظرية

جامعة الملك فهد للبترول والمعادن

الظهران-المملكة العربية السعودية

د. عفاف السيد عبدالهادي

أستاذ الفيزياء النظرية المساعد

جامعة العاشر

جامعة العاشر من رمضان-ج.م.ع

العبيكان

Obeikan

ⓒ مكتبة العبيكان، ١٤٣٢هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر

ناصر، إبراهيم محمود أحمد

أساسيات ميكانيكا الكم بأمثلة محلولة./ إبراهيم محمود محمد ناصر؛ عفاف السيد عبدالهادي

- الرياض، ١٤٣٢هـ

٤٨٨ ص؛ ١٦,٥ × ٢٤ سم

ردمك: ١-١٠١-٥٠٣-٦٠٣-٩٧٨

١- نظرية الكم ٢- الميكانيكا أ. عبد الهادي، عفاف السيد (مؤلف مشارك) ب. العنوان

ديوي ٥٣٠,١٢ رقم الإيداع: ١٤٣٢/٢٣

صدر هذا الكتاب بدعم من جامعة الملك فهد للبترول والمعادن تحت مشروع تأليف كتاب رقم AR وضمن اتفاقية نشر خاصة بين شركة العبيكان للأبحاث والتطوير وعمادة البحث العلمي في الجامعة

الطبعة الأولى

١٤٣٤هـ/ ٢٠١٣م

حقوق الطباعة محفوظة للناشر

الناشر: العبيكان للنشر

الرياض - المحمدية - طريق الأمير تركي بن عبدالعزيز الأول

هاتف ٤٨٠٨٦٥٤ فاكس ٤٨٠٨٠٩٥ ص. ب ٦٧٦٢٢ الرمز ١١٥١٧

موقعنا على الإنترنت

www.obeikanpublishing.com

متجر العبيكان على أبل

http://itunes.apple.com/sa/app/obeikan-store

التوزيع: مكتبة العبيكان

الرياض - المحمدية - طريق الأمير تركي بن عبدالعزيز الأول

هاتف ٤٨٠٨٦٥٤ فاكس ٤٨٠٨٠٩٥ ص. ب ٦٧٦٢٢ الرمز ١١٥١٧ ص. ب ٦٢٨٠٧ الرمز ١١٥٩٥

www.obeikanretail.com

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواء أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

المحتويات

الباب الأول

انحسار الفيزياء التقليدية

(Defeat of the Classical Physics)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	إشعاع الجسم الأسود	٢٣
٢	الظاهرة الكهروضوئية	٢٦
٣	نموذج بور لذرة الهيدروجين	٢٨
٤	تشتت كمتون	٣٣
٥	فرضية دى-برولى	٣٥
٦	مبدأ بور المتمم	٣٧
٧	مبدأ (عدم الدقة) لهيزنبرج	٣٧
٨	التفسير الإحصائي (الاحتمالي) للدالة الموجية	٣٩
٩	ملخص	٤١
١٠	تمارين عامة	٤٢

الباب الثاني

فروض ميكانيكا الكم

Postulates of Quantum Mechanics

الفصل	العنوان	الصفحة
١	الفرض الأول	٤٥
٢	الفرض الثاني	٤٨
٣	الفرض الثالث	٥٢
٤	تمارين عامة	٥٣

الباب الثالث

معادلة شرودنجر الموجية وتطبيقاتها

(The Schrödinger's Wave Equation and its Applications)

الفصل	العنوان	الصفحة
1	معادلة شرودنجر في بعد واحد	٥٩
2	معادلة شرودنجر المستقرة (غير الزمنية)	٦٠
3	كثافة التيار الاحتمالية	٦٢
4	تطبيقات معادلة شرودنجر في بعد واحد	٦٤
	i- دراسة حركة جسيم حر	٦٤
	ii- دراسة حركة جسيم داخل صندوق (مغلق تماماً)	٦٥
	iii- الجهد الدرجي (جهد العتبة)	٧٠
	iv- حاجز الجهد المستطيل	٧٦
5	تطبيق معادلة شرودنجر فى ثلاثة أبعاد	٨٣
6	تمارين عامة	٨٦
(3.A)	المعادلة التفاضلية البسيطة	٨٧
(3.B)	الجهود المتماثلة كروياً	٨٨
	أ- اختزال مسألة القوى المركزية	٨٨
	ب- حركة الجسيم الحر	٩٠

الباب الرابع

نظرية المؤثرات وأقواس ديراك

(Operators Theory and Dirac's Brackets)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	أقواس ديراك (كت و برا)	٩٧
٢	الضرب القياسي	٩٩
٣	المؤثرات	١٠١
٤	المؤثرات المسقطية	١٠٤
٥	مبدأ التراكب	١٠٥
٦	المؤثر الهيرميتي	١١٠
٧	علاقات التبادل	١١٣
٨	مبدأ عدم الدقة لهيزنبرج	١١٨
٩	تمارين عامة	١٢١

الباب الخامس

المتذبذب التوافقي الخطي

(The Linear Harmonic Oscillator)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	النظرة التقليدية	١٢٧
٢	نظرة ميكانيكا الكم	١٢٩
٣	تمارين عامة	١٣٤
(5.A)	المتذبذب التوافقي الخطي (حل متعددة الحدود)	١٣٦
(5.B)	حل معادلة هرمت متعددة الحدود	١٣٩

الباب السادس

كمية الحركة الزاوية المدارية لجسيم

(Orbital Angular Momentum of a One Particle System)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	كمية الحركة الزاوية في الفيزياء التقليدية	١٤٣
٢	كمية الحركة الزاوية في الإحداثيات الكرتيزية	١٤٤
٣	كمية الحركة الزاوية في الإحداثيات الكروية	١٤٩
	i- الدوال المميزة والمشتركة للمؤثرين $\hat{L}^2$ و $\hat{L}_z$	١٥٠
	ii- القيم المميزة للمؤثر $\hat{L}_z$	١٥٠
	iii- القيم المميزة للمؤثر $\hat{L}^2$	١٥١
٤	المؤثرات التصاعدية والتنازلية	١٥٨
٥	نتائج مفصلة للمؤثرات التصاعدية والتنازلية	١٦٤
٦	تمارين عامة	١٦٨
(6.A)	الإحداثيات القطبية الكروية	١٧١

الباب السابع

ذرة الهيدروجين والذرات الشبيهة بالهيدروجين

(Hydrogen atom and Hydrogen-like atoms)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	معادلة شرودنجر لنظام به جسيمان	١٧٧
٢	حركة جسيم تحت تأثير قوة مركزية جاذبة	١٧٩
٣	حل المعادلة القطرية للذرات الشبيهة بالهيدروجين	١٨١
٤	الدالة الموجية القطرية للذرات الشبيهة بالهيدروجين	١٨٦
٥	تمارين عامة	١٩٣

الباب الثامن

التطور الزمني للنظام الكمي

(Time evolution of the quantum system)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	تصور شرودنجر للتطور الزمني للنظام	١٩٧
	أ- نظرية إيرنفست	١٩٩
	ب- نظرية فيريال	٢٠٠
٢	تصور هيزنبرج	٢٠٢
٣	التصور التفاعلي	٢٠٦
٤	تمارين عامة	٢٠٨
(8.A)	الدوال المتجانسة	٢١٠

الباب التاسع

المتذبذب التوافقي الخطي باستخدام نظرية المؤثرات

(Linear Harmonic Oscillator Using Operator Theory Approach)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	المؤثر العددي	٢١٣
٢	المؤثرات الدرجية	٢١٦
٣	أمثلة محلولة	٢٢١
٤	تمارين عامة	٢٢٦

الباب العاشر

كمية الحركة الزاوية المغزلية

(Spin Angular Momentum)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	كمية الحركة الزاوية المغزلية لجسيم	٢٣٢
٢	التمثيل المصفوفي لكمية الحركة الزاوية المغزلية	٢٣٦
٣	مصفوفات باولي	٢٤١
٤	الحركة المغزلية لإلكترونين	٢٤٢
٥	أمثلة منوعة	٢٤٩
٦	تمارين عامة	٢٥٤
(10.A)	معاملات كلبش_ جوردن	٢٥٦

الباب الحادي عشر

كمية الحركة الزاوية الكلية

(Total Angular Momentum)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	التمثيل الاقتراني والتمثيل المنفصل	٢٦٣
٢	تمارين عامة	٢٦٩
(11.A)	الجسيمات المتطابقة وغير المميزة	٢٧٠

الباب الثاني عشر

مؤثر الكثافة

(The density operator)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	مقدمة عامة	٢٨١
٢	خواص مؤثر الكثافة	٢٨١
٣	تمارين عامة	٢٨٩

الجزء الثاني: طرق تقريبية لحل مسائل ميكانيكا الكم وتطبيقاتها

(Approximation methods in solving quantum mechanics problems and their applications)

الباب الثالث عشر

نظرية التغاير

(Variational theory)

الفصل	العنوان	الصفحة
1	حساب طاقة المستوى الأرضي	٢٩٧
2	نظرية التغاير الخطية	٣٠٧
3	تمارين عامة	٣١٣
(13.A)	ذرة الهيليوم باستخدام طريقة التغاير	٣١٩
(13.B)	أيون جزيء الهيدروجين H_2^+	٣٢٢

الباب الرابع عشر

نظرية الاضطراب للحالات المستقرة

(Time-Independent Perturbation Theory)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	اضطراب المستويات المنفردة	٣٢٨
٢	اضطراب المستويات متعددة الانتماء	٣٣٤
٣	أمثلة محلولة	٣٣٦
٣	تمارين عامة	٣٤٧
(14.A)	ذرة الهيليوم باستخدام طريقة الاضطراب	٣٥١
(14.B)	ظاهرة شتارك الخطية	٣٥٣

الباب الخامس عشر

التقريب شبه التقليدي (WKB)

Semi-classical approximation (WKB)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	المعالجة الرياضية	٣٦٤
٢	نقاط الانقلاب (الانعطاف)	٣٦٧
٣	أمثلة محلولة	٣٦٩
٤	تمارين عامة	٣٧٧

الباب السادس عشر

نظرية الاضطراب الزمنية

(Time-Dependent Perturbation Theory)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	معدل الانتقال للمستويات المنفصلة	٣٨٢
٢	معدل الانتقال للمستويات المتصلة	٣٩٤
٣	تمارين عامة	٣٩٥
(16.A)	الدالة المترددة $F(\omega,\tau)$	٣٩٨

الباب السابع عشر

تفاعل الإشعاع مع المادة

(Interaction of radiation with matter)

الفصل	العنوان	الصفحة
١	الطريقة شبه التقليدية	٤٠٤
٢	حساب الجهد المتجهي	٤٠٥
٣	تقريب ثنائي القطب	٤٠٨
٤	كثافة المستويات	٤١٠
٥	قواعد الاختيار لمصفوفة انتقال ثنائي القطب	٤١١
(17.A)	حركة جسيم في مجال كهرومغناطيسي	٤١٧
	أ- تكوين الهملتونيان	٤١٧
	ب- حركة جسيم مشحون في مجال كهرومغناطيسي ثابت	٤٢٠

الباب الثامن عشر

نظرية التشتت

(Scattering Theory)

الفصل	العنوان	الصفحة
1	نظرية التشتت في ميكانيكا الكم	٤٢٢
2	المقطع المستعرض التفاضلي	٤٢٨
3	التقريب الأول لبورن	٤٢٩
4	مدى صلاحية تقريب بورن	٤٣٦
5	تحليل الموجات الجزئية	٤٣٨
6	أمثلة عامة	٤٤٣
7	تمارين عامة	٤٥٠
(18.A)	دالة جرين	٤٥١

الملاحق

Appendices

الملحق	العنوان	الصفحة
A	نظام الوحدات الذرية	٣٩٨
B	بعض الدوال الرياضية وخواصها	٤٥٨
	١- دالة جاما $\Gamma(n)$	٤٥٨
	٢- دالة "هيرمت" كثيرة الحدود $H_n(x)$	٤٥٩
	٣- دالة "ليجندر" كثيرة الحدود $P_n(x)$	٤٦٠
	٤- دالة "ليجندر" المرافقة كثيرة الحدود $P_n^m(x)$	٤٦١
	٥- دالة "لاجير" كثيرة الحدود $L_n(x)$	٤٦٢
	٦- دالة "لاجير" المرافقة كثيرة الحدود $L_n^k(x)$	٤٦٣
	٧- دوال "بيسيل" من النوع الأول $J_\ell(x), N_\ell(x)$	٤٦٤
	٨- دوال "بيسيل" الكروية $j_\ell(x), n_\ell(x)$	٤٦٦
	٩- دالة التوافقيات الكروية $Y_{\ell,m}(\theta,\varphi)$	٤٦٧
	١٠- دالة دلتا لديراك $\delta(r)$	٤٦٩
C	تكامل كولم	٤٧١
D	جدول للتفاضلات البسيطة	٤٧٣
E	متطابقات رياضية عامة	٤٧٤
F	جدول التكاملات المستخدمة	٤٧٥
	المراجع	٤٨١
	قاموس المصطلحات العلمية	٤٨٣

مقدمة الكتاب

هـذا كتـاب في ميكانيكـا الكـم، نقدمـه لطـلاب الـسنوات النهائيـة، والدراسات العليا، في كليات العلوم والتربية والهندسة، وهو حصيلة جزء من محاضرات ألقاهـا أحـد المـؤلفين (باللغـة الإنجليزيـة) بمـادة ميكانيكـا الكـم علـى طـلاب الـسنة الرابعة، وطلبة الماجستير، في قسم الفيزياء بجامعة الملك فهد للبترول والمعادن خلال عدة سنوات.

تم إعـداد هـذا الكتـاب للدارسـين بلغـة الـضاد، لقلـة تـوافر الكتـب الحديثـة باللغة العربية في هذا المجال، وقد أثرينا مادته بحيث يغني عن الرجوع إلى مصادر أخرى في الموضوع نفسه؛ لذلك فقد بدأنا بالمبادئ الأساسية لهذا الفرع، وأنهيناه ببعض الطرق التقريبية الخاصة بميكانيكا الكم التي لها تطبيقات عديدة بمختلف الفروع العلمية الأخرى.

حاولنـا في هـذا الكتـاب تبـسيط المفـاهيم الفيزيائيـة بأمثلـة متعـددة ليـسهل استيعاب المادة، هذا بالإضافة إلى الواجبات المنزلية والتمارين التي تثري قريحة القارئ وتـروي شـغفه، واسـتعنا بـبعض الـبرامج العلميـة، مثـل ماثيماتيكـا، لإجـراء الحـسابات والرسومات، والتي نحث أبناءَنا الطلاب على استخدامها ليستطيعوا التأكد من حلولهم وتخيلها. وفي هـذا الكتـاب يتعلم القـارئ بعـض التقنيـات الرياضـية اللازمـة لحـل بعـض المسائل التي لم نكن نحلم بحلها من قبل.

اقتضت طبيعة مـادة هـذا الكتـاب أن تقـسم إلى أبـواب عديـدة ومنفـصلة، حتـى تعطي لأستاذ المادة المرونة في اختيار الأبواب المناسبة للمقـرر الخـاص بـه. وهـذا الكتـاب عـد خصيصاً لعـام دراسـي كامـل أو فصلين دراسـيين. خـلال دراسـتنا سـوف نرمـز إلى الكمية المتجهة برموز لاتينية داكنة (مثل المتجه $\boldsymbol{L}$ ويرمـز لكميـة الحركـة الزاويـة) أما المؤثرات فسوف نعرفها بالرمز ^ (مثل مؤثر كمية الحركة الزاوية $\hat{L}$).

اشتمل الباب الأول من هـذا الكتـاب: علـى مقدمـة بينـا فيهـا الأسـباب الـتي أدت إلى سقوط إمبراطورية الفيزياء التقليدية وبـزوغ عـصر الفيزيـاء الحديثـة، ومنهـا تعرضنـا لنـشوء نظريـة ميكانيكـا الكـم وارتقائهـا بطريقـة مختـصرة، مـع الاسـتدلال بـبعض الأمثلـة التوضيحية. فـروض نظريـة ميكانيكـا الكـم عُرضـت بالبـاب الثـاني مـع بعـض التمارين البسيطة. في الباب الثالث: استنبطنا بطريقة مبسطة، معادلة شرودنجر الموجية

مع شرح بعض من تطبيقاتها المهمة. وبينّا في الباب الرابع: نظرية المؤثرات، وأقواس ديراك اللتين لهما ارتباط مباشر بنظرية ميكانيكا الكم. في الباب الخامس: تمت فيه دراسة المتذبذب التوافقي الخطي بواسطة المعادلات التفاضلية. وفي الباب السادس: فصلنا القول في كمية الحركة الزاوية وأكثرنا فيه من الأمثلة. أما في الباب السابع: فقد توقفنا فيه عند ذرة الهيدروجين وشبيهاتها من وجهة نظر ميكانيكا الكم.

في الباب الثامن: تم إلقاء نظرة سريعة على التطور الزمني للنظام الكمي. في الباب التاسع: تمت معالجة المتذبذب التوافقي الخطي باستخدام نظرية المؤثرات، وهي طريقة مهمة تستخدم في فيزياء الكم المتطورة. أما الباب العاشر: فقد أفردناه لعرض كمية الحركة الزاوية المغزلية وتطبيقاتها، لما لها من أهمية خاصة في نظريات ميكانيكا الكم المتقدمة والحسابات الكمية. الباب الحادي عشر: يحتوي على شرح كمية الحركة الزاوية الكلية وتطبيقاتها. مؤثر مصفوفة الكثافة، تم شرحه في الباب الثاني عشر.

في الجزء الثاني من الكتاب، بدأنا الباب الثالث عشر: بعرض واحدةً من الطرق التقريبية لحل مسائل ميكانيكا الكم، وهي نظرية التغاير وتطبيقاتها في الفيزياء الذرية والجزيئية. وأنهينا الباب الثالث عشر: بملحق عن أيون جزيء الهيدروجين، وآخر عن ذرة الهيليوم. في الباب الرابع عشر: استعرضنا نظرية الاضطراب للحالات المستقرة مع بعض التطبيقات في الفيزياء الذرية، وذلك لإيجاد التصحيحات الأولية للطاقة، والدالة المميزة لنظام فيزيائي معقد. وأنهينا الباب بملحق خاص عن ظاهرة شتارك، وملحق عن ذرة الهيليوم. تم عرض التقريب شبه التقليدي (WKB)، بطريقة مختصرة، حيث إن مستواه الرياضي أعلى من مستوى هذا الكتاب، بالباب الخامس عشر، ونظرية الاضطراب الزمنية بالباب السادس عشر، وتفاعل الإشعاع مع المادة بالباب السابع عشر. في الباب الثامن عشر: تم استعراض نظرية التشتت بطريقتين تقريبيتين: طريقة بورن التقريبية، وطريقة التحليل الجزئي للموجة.

ألحقنا بالكتاب مجموعة من الملاحق العامة، وهي: نظام الوحدات الذرية، ملخص للدوال الخاصة، وبعض التفاضلات والتكاملات المهمة، وانتهينا بالمراجع وقائمة للمصطلحات العلمية.

همسة في أذن الدارس: دراسة ميكانيكا الكم، ما هي إلا مادة علمية، كغيرها من المواد لا تفهم إلا بحل المسائل المتنوعة. وأن تعلم هذه المادة بدون حل مسائلها: كمن يأمل في تعلم السباحة من غير أن يبلل بدنه. لذلك فإننا نأمل من الدارس أن يحاول تدريب نفسه على فهم الأمثلة المحلولة، ومحاولة حلها بنفسه، وحل الواجبات

المنزلية والتمارين المعروضة بدون النظر إلى الحلول المرفقة. وإذا لم يوفق فبإمكانه الاستعانة بالحلول لمعرفة ما قد غاب عنه. ونتمنى أن يفي كتابنا هذا باحتياجات المعاهد والكليات العلمية والتربوية، وأن يحوز على رضا الدارسين والمدرسين.

نود هنا أن نسجل شكرنا الخاص إلي جامعة الملك فهد للبترول والمعادن، التي دعمت هذا المشروع تحت مشروع تأليف كتاب رقم ARA – 1427/08 _ت ك ع- 1427/08.

تمت المراجعة الأولية للنص اللغوي بواسطة الأستاذ محمد بن رضي بن ناصر الشماسي، المحاضر في قسم اللغة العربية سابقاً، وتنظيم الكتاب تم بمساعدة د. أحمد سالم، المحاضر بالقسم.

ونود أيضاً أن نشكر بامتنان زملاءنا: د. على باجنيد، بكلية العلوم-جامعة أم القرى، ود. إبراهيم عبد الرحمن بكلية التربية-جامعة الدمام، لمراجعتهم وتصحيحهم بعضاً من أجزاء الكتاب. ونشكر العديد من طلابنا وزملائنا وأصدقائنا بالقسم على ملاحظاتهم واقتراحاتهم في تصحيح الهفوات اللغوية والأخطاء المطبعية. وأخيراً، نود أن نشكر المحكمين، والمدقق اللغوي بعمادة البحث العلمي، اللذين قاموا بالمهمة الطويلة في مراجعة النص العربي الأخير والمحتوى العلمي، حيث استفدنا كثيراً من آرائهم ومقترحاتهم العلمية واللغوية القيمة التي أُخذت في الاعتبار عند تنقيح هذا الكتاب.

وننتظر من الأساتذة وزملائنا الأفاضل والطلبة الأعزاء النقد البناء لأسلوبنا وأخطائنا اللغوية أو العلمية، حتى يتسنى لنا أخذها بالاعتبار في الطبعات المقبلة للكتاب، آملين سماع أرائكم واقتراحاتكم على العنوان الإلكتروني imnasser@kfupm.edu.sa وسوف تنشر مراسلاتكم على الموقع التالي:

http://faculty.kfupm.edu.sa/PHYS/imnasser/

ملحوظة أخيرة: إن الكتابة (النص والمعادلات) والحسابات الرياضية والرسومات تمت كاملةً بواسطة المؤلفين، ولهذا فإن أي أخطاء مطبعية تنسب إليهما.

المؤلفان

أ.د. إبراهيم محمود أحمد ناصر

د. عفاف السيد عبد الهادى

1431-1430

e-mail: imnasser@kfupm.edu.sa