ملحق (4.B)

ظاهرة زيمان

Zeeman effect

درست هذه الظاهرة بواسطة العالم زيمان في عام 1896، حيث تمت ملاحظة انقسام الخط الطيفي إلي مجموعة من الخطوط الطيفية (متساوية الفواصل ومتماثلة حول الخط الأصلي) نتيجة تأثير مجال مغناطيسي $\vec{B}$ خارجي ثابت ومنتظم. وقد سميت هذه الظاهرة بتأثير زيمان العادي (Normal Zeeman effect) . وقد نجح العالم لورينتز بتفسير هذا التأثير باستخدام قوانين الفيزياء الكلاسيكية (انظر الملحق المرافق). ولهذا حصل العالمان على جائزة نوبل في الفيزياء عام 1902. وقد ظهر أيضاً نتيجة تأثير المجال المغناطيسي الخارجي مجموعة من الخطوط الطيفية المعقدة والتي لم يوجد لها تفسيراً كلاسيكياً في حينه ولهذا سميت بتأثير زيمان الشاذ (Anomalous Zeeman effect) . ولكن بنشوء وتطور نظرية ميكانيكا الكم واستحداث الحركة المغزلية الذاتية للإلكترون أصبح من السهل تفسير التأثير الشاذ لهذه الظاهرة. وبالرغم من نجاح نظرية ميكانيكا الكم في تفسير هذا الشذوذ فمازال الاسم متداول إلي الآن.

في وجود الذرات الشبيهة بذرة بالهيدروجين بالمجال المغناطيسي الخارجي (ولنأخذه باتجاه المحور Z) يأخذ الهملتونيان الكلي للإلكترون الصورة:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{LS} + H_B,$$

حيث

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2 - \frac{Ze^2}{r},$$

$$\hat{H}_{LS} = \xi(r)\hat{L}.\hat{S},$$

$$\hat{H}_B = \beta\hat{B}\cdot(\hat{L}+2\hat{S}) = \beta B(\hat{L}_z + 2\hat{S}_z)$$

m_e هي كتلة الإلكترون و β هو ثابت بوهر المغناطيسي (Bohr magneton) وقيمته:

$$\beta = \frac{e\hbar}{2mc} = 9.27\times10^{-24}\,\mathrm{JT^{-1}} = 5.66\times10^{-5}\,\mathrm{eVT^{-1}}$$

سوف نتعامل هنا مع دالة شرودنجر المميزة للذرات الشبيهة لذرة الهيدروجين في الإحداثيات الكروية بالصورة:

$$\Psi \equiv \psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)\chi = R_{nl}(r)Y_{l,m_l}(\theta,\varphi)\chi = |n,l,m_l\rangle|s,m_s\rangle$$

وسوف نتعامل بالمعادلة () مع الحدين الثاني والثالث كاضطرابيين صغيرين، مع سؤال مهم وهو: أي من الحدين أكبر؟ بالتالي سوف يظهر لنا احتمالين سوف نتكلم عنهم بالتفصيل:

أ- مجال مغناطيسي قوي $\hat{H}_B >> \hat{H}_{LS}$:

لمجال مغناطيسي قوي نجد أن الاضطراب $\hat{H}_B = \beta B(\hat{L}_z + 2\hat{S}_z)$ **هو المسيطر، وقوته كافية لفصل المؤثران** $\hat{L}$ **و** $\hat{S}$ **(بمعني أنه لا يجعلهم مقترنان). وبالتالي نستطيع التعامل مع دوالهم بطريقة منفردة وتكون الدالة المستعملة بالصورة** $|n,l,m_l\rangle|s,m_s\rangle = |n,l,m_l,s,m_s\rangle$ **والتي تجعل المصفوفة المؤثران** $(\hat{H}_0 + \hat{H}_B)$ **قطرية. ومنه نجد أن التصحيح من الدرجة الأولي للمجال الخارجي يعطي:**

$$\varepsilon_B = \langle \hat{H}_B \rangle = \langle n,l',m'_l,s',m'_s|\hat{H}_B|n,l,m_l,s,m_s\rangle$$
$$= \beta B(m_l + 2m_s)$$

وللتبسيط هنا ولاحقاً سوف يتم إهمال جميع دوال كرونكر دلتا $\cdots \delta_{m_s,m'_s}\delta_{m_l,m'_l}$ **.**

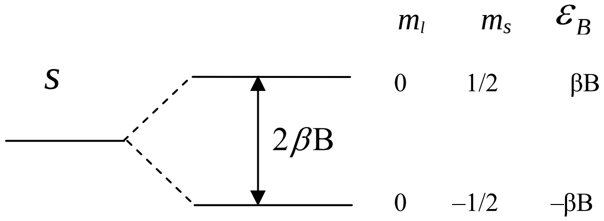
في حالة إهمال الحركة المغزلية للإلكترون فأن التصحيح من الدرجة الأولي يعطي:

$$\varepsilon_B = \beta B m_l$$

ويقال هنا (كما قيل سابقاً عن ظاهرة شتارك) أن المجال المغناطيسي الخارجي قد أزال جزئياً صفة الانتماء للمستويات (Remove, partially, the degeneracy of the states) أو بمعني أخر قد فصل المستويات. **ونود أن نذكر القارئ أن قيمة الانتماء تعرف بالمعادلة** $(2S+1)(2L+1)$ **لكل قيمة من قيم** L **و** S **.**

مثال: ادرس تأثير المجال المغناطيسي الخارجي القوي على المستوي s .

مثال: نعلم أن المستوي s **له القيم** $l=0$, $s=\frac{1}{2}$ **بالتالي** $m_l=0, m_s=\pm\frac{1}{2}$ **. في وجود المستوي** s **بمجال مغناطيسي خارجي ونتيجة للقيمتان** $m_s=\pm\frac{1}{2}$ **فإن المستوي** s **ينقسم إلي مستويين. والفرق بين طاقة المستويين هو** $2\beta B$ **كما بالشكل:**



انقسام المدار s **في وجود مجال مغناطيسي قوي مع شمول الحركة المغزلية.**

مثال: ادرس تأثير مجال مغناطيسي خارجي على المدار p .

الحل: نعلم الكترون بالمدار p **له القيمة** $l=1$ **ومنها** $m_l=0,\pm1$ **والقيمة** $s=1/2$ **ومنها** $m_s=\pm1/2$ **ومنهم نكون الجدول التالي:**

m_l	$2m_s$	$\varepsilon_B=\beta B(m_l+2m_s)$
1	1 -1	2 0
0	1 -1	1 -1
-1	1 -1	0 -2

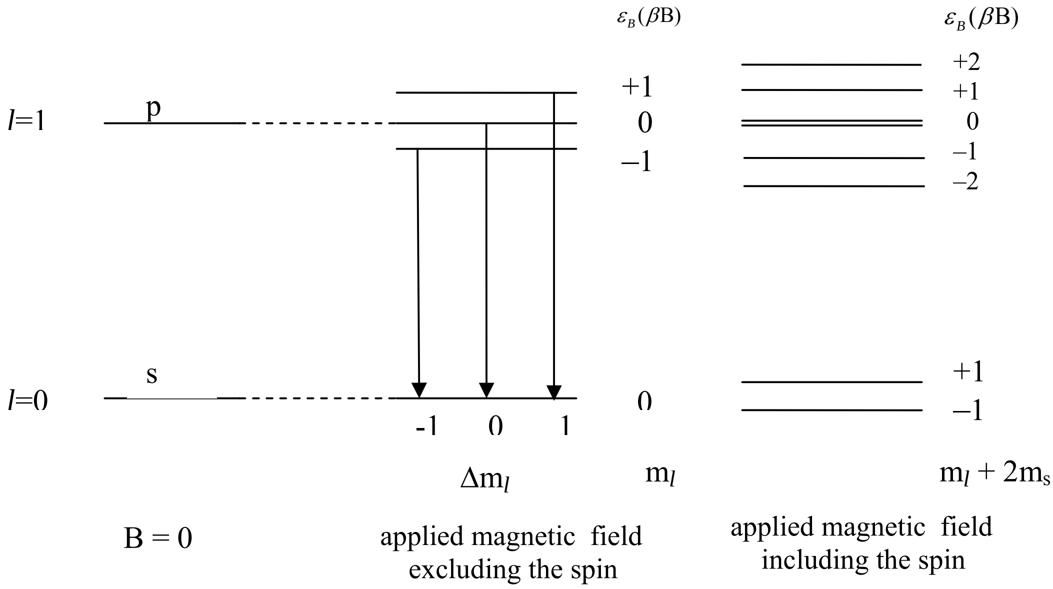
نلاحظ أن المدار p **انقسم إلي خمس مدارات نتيجة تأثير المجال المغناطيسي الخارجي تبعاً وطاقة تأخذ القيم:**

$$E=E_p\pm2\beta B,\quad E=E_p\pm\beta B,\quad E=E_p$$

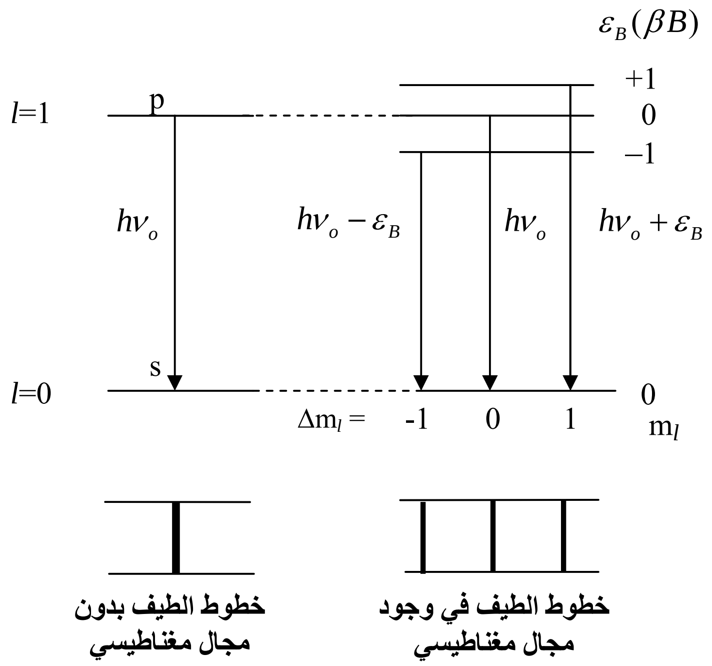
حيث E_p **هي طاقة المدار** p **قبل تأثير المجال المغناطيسي الخارجي. توقعنا أن نحصل على ستة مدارات، حيث أن التعددية لهذا المدار يحسب من العلاقة** $(2l+1)(2s+1)=(3)(2)=6$ **. المدار ذو الطاقة** $E=E_p$ **، والذي لم يتأثر بالمجال، ناتج من مجموع القيم** $m_l=1, m_s=-\frac{1}{2}$ **و**

ولهذا فهو مدار ثنائي الطي، كما يظهر بالشكل التالي والذي يوضح انفسام المدارين $m_l = -1, m_s = \frac{1}{2}$

p و s.



مثال: ادرس خطوط الطيف الناتجة من انتقال الكترون المدار $2p$ إلي المدار $1s$ لذرة الهيدروجين نتيجة وجودها في مجال مغناطيسي خارجي قوي مقداره 10 تسلا، مع إهمال الحركة المغزلية للإلكترون.



انفسام المدارين $1s$ و $2p$ في وجود مجال مغناطيسي قوي مع إهمال الحركة المغزلية

الحل: عند إهمال الحركة المغزلية للإلكترون وبدون المجال المغناطيسي الخارجي نجد أن المدارين $1s$ و $2p$ لا ينفسمان (انظر الشكل العلوي). ولهذا نجد أنه يظهر خط طيفي وحيد ناتج من انتقال الإلكترون من المدار $2p$ إلي المدار $1s$. وفرق الطاقة بين المدارين يحسب من معادلة بور التالية:

$$\Delta E_{2p-1s} = h\nu_o = 13.6\left(1-\frac{1}{2^2}\right) = 10.2 \text{ eV}$$

الوضع يختلف عند وضع ذرة الهيدروجين في مجال مغناطيسي خارجي، فنجد أن المدار $1s$ لا ينفسم، أما المدار $2p$ فينفسم إلي ثلاثة مستويات نتيجة للقيم $m_l = +1, 0, -1$ كما بالشكل. ونتيجةً لقانون الانتقاء:

$$\Delta L = \pm 1$$
$$\Delta m_l = 0, \pm 1$$

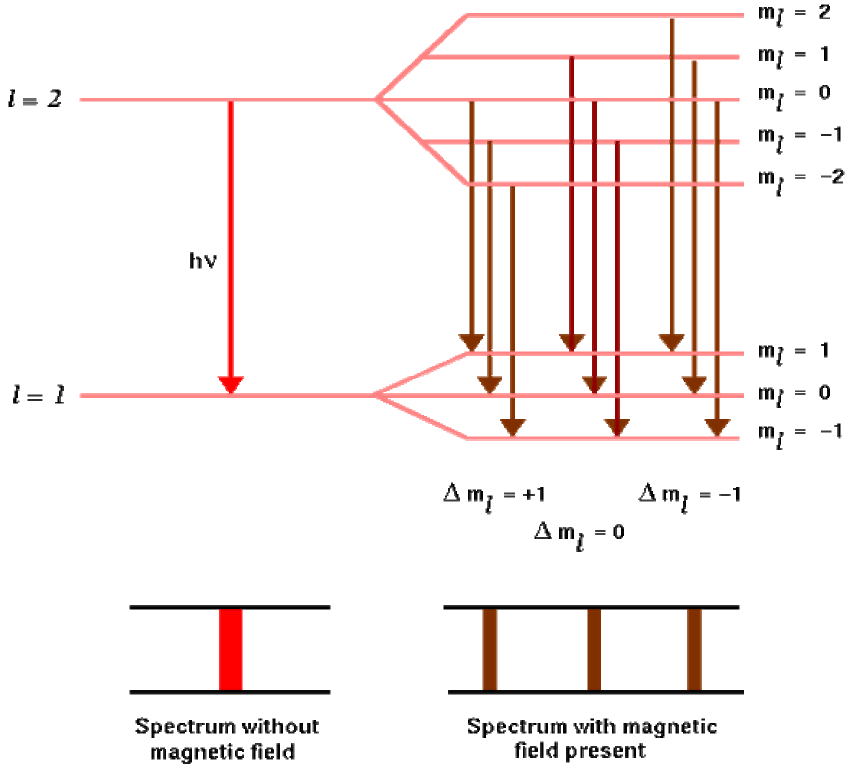
فإننا نجد أنه يظهر ثلاثة خطوط طيفية، واحد بالمنتصف (وله نفس الطاقة السابقة $h\nu_o$) والآخران متماثلان ويبعدان عن المنتصف بفرق في الطاقة يحسب من المعادلة:

$$\varepsilon_B = \beta B m_l = 5.66 \times 10^{-5}\,\text{eVT}^{-1} \times 10\text{T}\; m_l, \qquad m_l = 0, \pm 1$$
$$= 0, \pm 5.66 \times 10^{-4}\,\text{eV}$$

وبالرغم من أن الحسابات تظهر أن الفرق ε_B صغير جداً بالنسبة إلي $h\nu_o$، لكن عملياً تظهر الخطوط الثلاثة واضحة ومتقاربة.

ملحوظة مهمة وهو أنه من الأمثلة السابقة نجد أن تأثير زيمان العادي يثبت أن العزم الزاوي المداري L كمية مكماة. ماذا لو لم يكن كذلك؟ لو لم يكن العزم الزاوي المداري كمية مكماة لشاهدنا الطيف الخطي يتحول إلي شريط ممتد (مستمر) اتساعه هو $2\beta BL$.

واجب منزلي: ادرس خطوط الطيف الناتجة من انتقال الكترون المدار d إلي المدار p لذرة الهيدروجين نتيجة وجودها في مجال مغناطيسي خارجي شدته 10 تسلا، مع إهمال الحركة المغزلية للإلكترون (استعن بالشكل التالي). ملحوظة: بالرغم من وجود تسعة خطوط فإننا لا نري غير ثلاثة خطوط طيفية فقط.



واجب منزلي: ادرس تأثير مجال مغناطيسي خارجي قوي على المدار d **، تحقق من الجدول التالي وارسم المدارات المسموحة.**

m_l	$2m_s$	$\varepsilon_B = \beta B(m_l + 2m_s)$
2	1 -1	3 1
1	1 -1	2 0
0	1 -1	1 -1
-1	1 -1	0 -2
-2	1 -1	-1 -3

مجال مغناطيسي ضعيف $\hat{H}_{LS} >> \hat{H}_B$

لمجال مغناطيسي ضعيف نجد أن حركتي الإلكترون المغزلية والمدارية يترافقان، وبالتالي لا نستطيع التعامل معهم منفردين كما تم في معالجة المجال المغناطيسي القوي. ويصبح الاضطراب $\hat{L}.\hat{S}$ هو المسيطر، وبالتالي فإن الدالة المستعملة يجب أن تكون بالصورة الترافقية $\left|n,l,s,j,m_j\right\rangle$ حتى تجعل المصفوفة $\left(\hat{H}_0+\hat{H}_{LS}\right)$ قطرية. هنا تظهر لنا مشكله كبيرة وهي أن الصورة الترافقية $\left|n,l,s,j,m_j\right\rangle$ لا تجعل المصفوفة $\left(\hat{H}_B\right)$ قطرية، فكيف نحسب التصحيح من الدرجة الأولي للمؤثر $\hat{H}_B$؟ راجع الملحق المرافق لتقصي طريقة الحسابات، وسنكتفي هنا بالنتيجة النهائية لهذا التصحيح وهي:

$$\varepsilon_B=\left\langle\hat{H}_B\right\rangle=\left\langle n,l',s',j',m'_j\right|\hat{H}_B\left|n,l,s,j,m_j\right\rangle$$
$$=\beta m_j g_J$$

حيث g_J **هو "معامل لاندي** (Lande\` g factor) **" ويعطي بالمعادلة:**

$$g_J=1+\left\{\frac{J(J+1)+S(S+1)-L(L+1)}{2J(J+1)}\right\}$$

واجب منزلي: لقيم مختلفة من l **و** J **(تذكر أن** $S=1/2$**) تحقق من قيم** g_J **بالجدول التالي:**

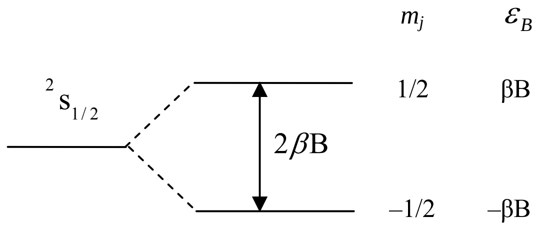
l	J	g_J
0	1/2	2
1	1/2	2/3
	3/2	4/3
2	3/2	4/5
	5/2	6/5

واجب منزلي: لقيم مختلفة من S **و** L **اثبت أن:**

$$g_{L+S}=1+\frac{S}{L+S},$$
$$g_{L-S,S<L}=1-\frac{S}{L-S+1},$$

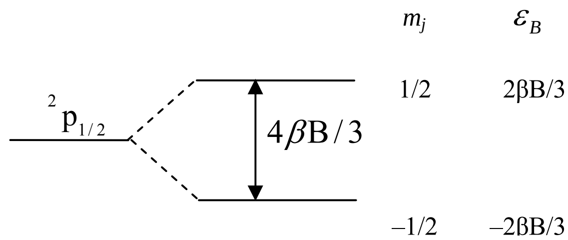
بالأمثلة التالية سوف نستخدم الرمز الطيفي $^{2s+1}\mathrm{L}_J$ **للتعبير عن المدار، ودائماً** $l=0$ **لها القيمة** $\frac{1}{2}$.

مثال: في مجال مغناطيسي ضعيف ينقسم المدار $^2S_{1/2}$ إلي مستويين نتيجة لاختلاف القيمة $m_j = \pm\frac{1}{2}$ (لاحظ هنا أن $l=0$ و $J=1/2$). والفرق بين طاقة المستويين هو $2\beta B$ كما بالشكل:



انقسام المدار $^2S_{1/2}$ في وجود مجال مغناطيسي ضعيف مع شمول الحركة المغزلية.

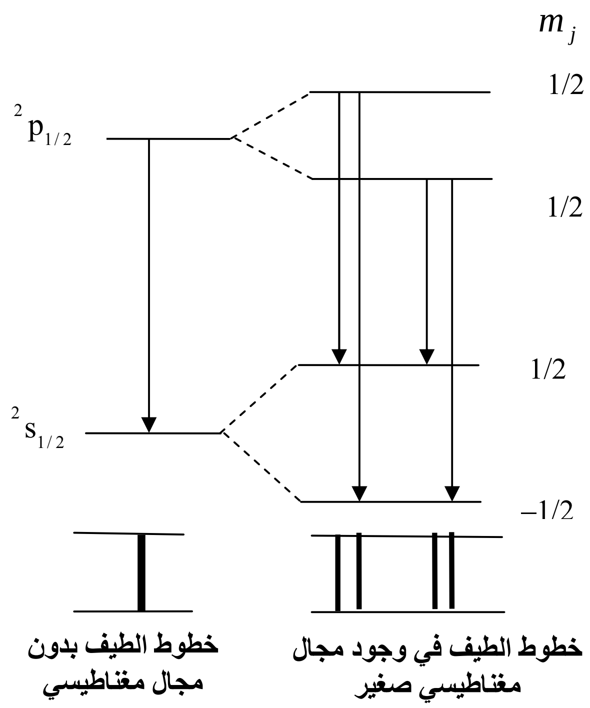
مثال: ينقسم المدار $^2p_{1/2}$ إلي مستويين نتيجة لاختلاف القيمة $m_j = \pm\frac{1}{2}$ (لاحظ هنا أن $l=1$ و $J=1/2$). والفرق بين طاقة المستويين هو $\frac{4}{3}\beta B$ كما بالشكل:



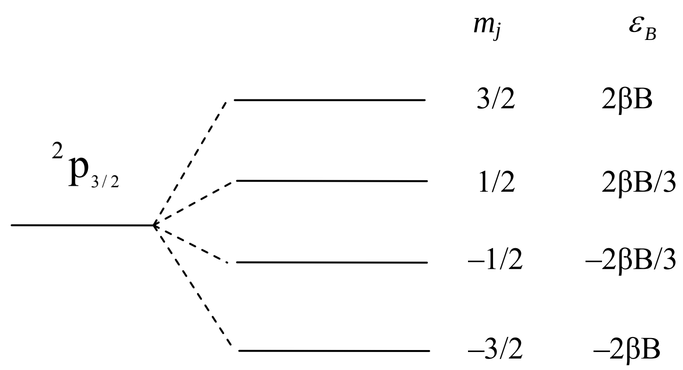
انقسام المدار $^2p_{1/2}$ في وجود مجال مغناطيسي ضعيف مع شمول الحركة المغزلية.

مثال: استعن بالشكل التالي لشرح خطوط الطيف الناتجة من انتقال الكترون المدار $^{2}p_{1/2}$ إلي المدار $^{2}s_{1/2}$ لذرة الهيدروجين نتيجة وجودها في مجال مغناطيسي خارجي صغير. لاحظ أن قانون الانتقاء يتبع بالتالي:

$$\Delta L = \pm 1, \quad \Delta m_l = 0, \pm 1, \quad \Delta j = 0 \pm 1, \quad \Delta m_j = 0, \pm 1,$$



مثال: تحقق من انفسام المدار $^{2}p_{3/2}$ إلي أربعة مستويات كما بالشكل التالي:

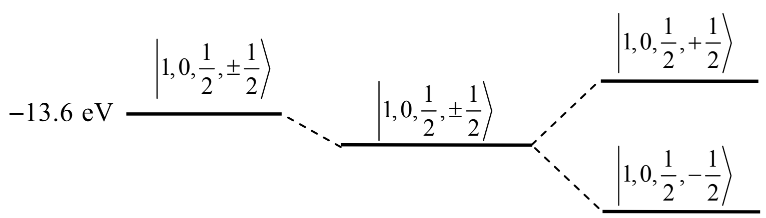


انفسام المدار $^{2}p_{3/2}$ في وجود مجال مغناطيسي ضعيف مع شمول الحركة المغزلية.

واجب منزلي: ادرس خطوط الطيف الناتجة من انتقال الكترون المدار $^{2}p_{3/2}$ إلي المدار $^{2}s_{1/2}$ لذرة الهيدروجين نتيجة وجودها في مجال مغناطيسي خارجي صغير.

مثال: ادرس تأثير مجال مغناطيسي خارجي صغير علي المستوي الأول $n=1$ لذرة الهيدروجين نتيجة وجودها في مجال مغناطيسي خارجي صغير.

الحل: المستوي الأول $n=1$ لذرة الهيدروجين له الطاقة الكلية $E_1=-13.6\text{ eV}$ ويعرف بالدالة $\left|n,l,j,m_j\right\rangle=\left|1,0,\frac{1}{2},\pm\frac{1}{2}\right\rangle$ بالنظام ألترافقي. وحيث أننا نتعامل مع مجال مغناطيسي خارجي صغير فإن المؤثر $\hat{L}.\hat{S}$ هو المسيطر وهو من نتعامل معه أولاً. من دراستنا السابقة، راجع الباب الثاني، نجد أن المؤثر $\hat{L}.\hat{S}$ لا يؤثر بالمدار $l=0$ ولكن الإزاحة للأسفل للتوضيح فقط، كما بالشكل التالي. ويأتي ثانيةً المؤثر $\hat{H}_B$ وهو الذي يفصل ويزيل صفة الانتماء للمدار.



Electrostatic energy < **L.S**> Week B-field

واجب منزلي: ادرس تأثير مجال مغناطيسي خارجي صغير علي المستوي الثاني ($n = 2$) لذرة الهيدروجين نتيجة وجودها في مجال مغناطيسي خارجي صغير.

ملخص: **تعرضنا لتأثير مجال مغناطيسي خارجي، ثابت ومنتظم، علي انتقالات الإلكترون بالمستويات الذرية ووجدنا التالي:**

1- **المجال المغناطيسي الخارجي قد أزال جزئياً صفة الانتماء للمستويات.**

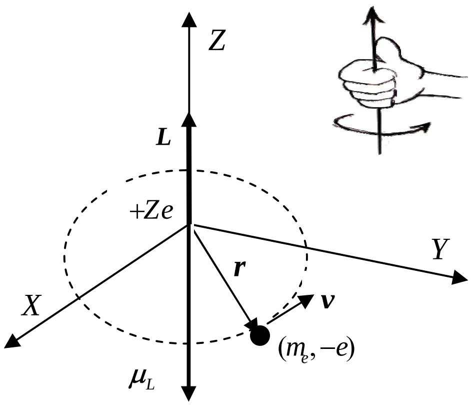
2- **تأثير زيمان العادي يثبت أن العزم الزاوي المداري L كمية مكماة.**

3- **تأثير زيمان الشاذ يثبت أن كمية الحركة الزاوية الكلية J كمية مكماة.**

ملحق

العزم المغناطيسي ثنائي القطب

Magnetic Dipole Moment)



سوف نتحدث في هذا الملحق عن العزم المغناطيسي ثنائي القطب الناتج من حركة الإلكترون المدارية أو حركته الذاتية المغزلية، وتأثره بالمجال المغناطيسي الخارجي. لذا دعونا نتصور الكترون، شحنته ($-e$) و كتلة m_e، ويدور حول النواة المركزية $+Ze$ في مدار نصف قطره r، بالمستوي XY، وبسرعة v. في هذه الحالة ستكون مركبات العزم الزاوي L (وباستخدام قاعدة اليد اليمني) هي:

$$\boldsymbol{L} = (L_x = 0, L_y = 0, L_z = m_e v r)$$

ونتيجة لحركة الإلكترون ينتج تيار مكافئ عبارة عن:

$$I = \frac{q}{t} = \frac{(-e)}{(2\pi r)/v} = -\frac{ev}{2\pi r}$$

ونحن نعرف من النظرية الكهرومغناطيسية أن أي تيار يدور في حلقة مساحتها $|\boldsymbol{A}|$ ينشأ عنه عزم مغناطيسي ثنائي القطب (Orbital magnetic dipole moment) **هو μ_L ويعرف بالمعادلة:**

$$\mu_L = I\vec{A} = I\,|\boldsymbol{A}|\,\hat{k} = (-\frac{ev}{2\pi r})(\pi r^2)\hat{k}$$

$$= -(\frac{e}{2m_e})\boldsymbol{L} = -\beta \boldsymbol{L}$$

حيث $\hat{k}$ هي متجه الوحدة باتجاه المحور Z. نظراً لشحنة الإلكترون السالبة فإن μ_L دائماً تكون باتجاه مضاد مع L. بالرغم من أننا حصلنا على العلاقة السابقة باستخدام الميكانيكا الكلاسيكية لمدار دائري، إلا أن هذه العلاقة تظل صحيحة في ميكانيكا الكم لأي مدار اختياري له عزم زاوي مقداره L.

وإذا استخدمنا المركبة Z للعزم المغناطيسي μ_L فإن:

$$\mu_{Lz} = -(\frac{e}{2m_e})L_z = -(\frac{e}{2m_e})\hbar m_l = -\beta m_l$$

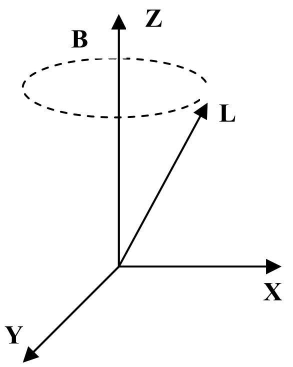
حيث β **هو ثابت بوهر المغناطيسي** (Bohr magneton) وقيمته هي:

$$\beta = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.27\times10^{-24}\,\mathrm{JT^{-1}} = 5.66\times10^{-5}\,\mathrm{eVT^{-1}}$$

والأن عندما يوضع مغناطيس ثنائي القطب ذو عزم مداري μ_L **في مجال مغناطيسي فإنه يكتسب طاقة وضع** H' **مقدارها:**

$$H' = -\mu_L \cdot \boldsymbol{B} = \frac{e}{2m_e}\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{B}$$

ولذلك، عند وضع الذرة في مجال مغناطيسي خارجي، فإن إلكترون المدار يكتسب طاقة إضافية مقدارها H' **نتيجة لهذا المجال الخارجي. وبنفس الوقت، فإن الإلكترون يؤثر عليها ازدواج** τ **مقداره:**



$$\tau = \mu_L \times \boldsymbol{B} = -\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{L}\times\boldsymbol{B}$$

والذي **يجعل المتجه** $\boldsymbol{L}$ **يطوف (يدور بشكل مخروطي) حول اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي كما بالشكل المرافق.**

بنفس المحاكاة السابقة نستطيع أن نجزم أن الحركة الذاتية المغزلية للإلكترون ينشأ عنها عزم مغناطيس ثنائي القطب هو μ_S **ويعرف بالمعادلة:**

. $\mu_S = -2.0023\beta\boldsymbol{S} \approx -2\beta\boldsymbol{S}$

ويصبح الاضطراب من الدرجة الأولي الناشئ من المجال المغناطيسي الخارجي هو:

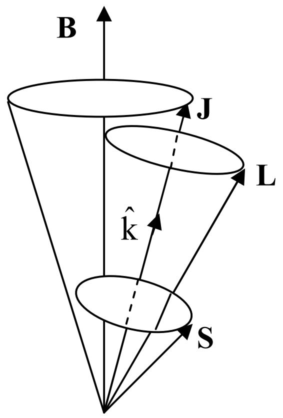
$$\hat{H}_B = \beta\hat{B}\cdot(\hat{L}+2\hat{S}) = \beta B(\hat{L}_z + 2\hat{S}_z)$$

ملحق

معامل لاندي

Lande` g Factor

Atkins "Molecular Quantum Mechanics" second edition.1987



بالشكل المقابل نجد أنه يوجد ثلاث حركات دورانية: S حول J و L حول J وأخيراً J حول B . الأن نقول أن J مقترنة بالمجال الخارجي B، وشدة الاقتران بينهم يظهر في معدل دوران J حول B. ولحساب للعزم المداري المغناطيسي المؤثر $\vec{\mu}_L$، فإننا نحسب أولاً مسقط L على J ومنه نحسب مسقط J على B. وبنفس الطريقة لحساب للعزم المغزلي المغناطيسي المؤثر $\vec{\mu}_S$، فأننا نحسب بدايةً مسقط S على J ومنه نحسب مسقط J على B.

دعونا نعرف $\hat{\mathrm{k}}$ بأنه متجه الوحدة باتجاه المحور J، ومنها نجد $\mathbf{J} = |\mathbf{J}|\hat{\mathrm{k}}$، أيضاً:

$$\mathbf{L}.\mathbf{B} = (\mathbf{L}.\hat{\mathrm{k}})(\hat{\mathrm{k}}.\mathbf{B}) = \frac{(\mathbf{L}.\mathbf{J})(\hat{\mathrm{k}}.\mathbf{J})}{|\mathbf{J}|^2},$$

$$\mathbf{S}.\mathbf{B} = (\mathbf{S}.\hat{\mathrm{k}})(\hat{\mathrm{k}}.\mathbf{B}) = \frac{(\mathbf{S}.\mathbf{J})(\hat{\mathrm{k}}.\mathbf{J})}{|\mathbf{J}|^2}$$

حيث تتحقق هذه المتطابقات في حالة إهمال المركبات العمودية (وهي مكافأة لإهمال الكميات الغير قطرية بالهملتونيان)

$$(\mathbf{L}+2\mathbf{S}).\mathbf{B} = \frac{(\mathbf{L}.\mathbf{J} + 2\mathbf{S}.\mathbf{J})(\mathbf{J}.\mathbf{B})}{|\mathbf{J}|^2}.$$

وحيث أن:

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$$

ومنها نجد:

$$2\mathbf{L}.\mathbf{J} = \mathrm{J}^2 + \mathrm{L}^2 - |\mathbf{J} - \mathrm{L}|^2,$$

$$2\mathbf{S}.\mathbf{J} = \mathrm{J}^2 + \mathrm{S}^2 - |\mathbf{J} - \mathbf{S}|^2$$

$$(\mathbf{L}+2\mathbf{S}).\mathbf{B} = \frac{(\mathbf{L}.\mathbf{J} + 2\mathbf{S}.\mathbf{J})(\mathbf{J}.\mathbf{B})}{|\mathbf{J}|^2} = 1 + \left\{ \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right\}.$$

وقد استخدمنا العلاقات:

$$|\mathbf{J}|^2 = J(J+1)\hbar^2, \cdots$$

ملحق

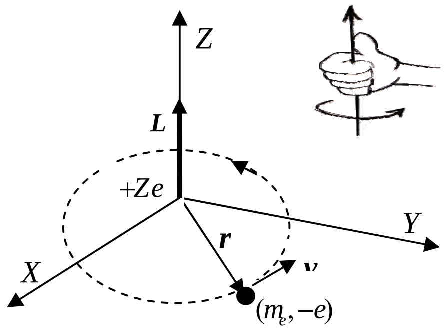
التفاعل المداري المغزلي

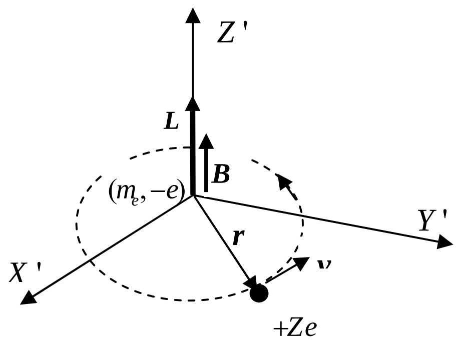
(Spin-Orbit Interaction)

الاتجاهان المفترضان (أعلي أو أسفل) للدوران المغزلي للإلكترون، بالنسبة إلي العزم الزاوي المداري، ينشأ عنهما تأثير مهم ألا وهو مضاعفة طاقة المستويات (ماعدا المستوي s) للذرات الشبيهة بالهيدروجين. وتظهر مضاعفة طاقة المستويات جلياً في تضاعف خطوط الطيف العملية. هذه الخطوط تظهر مزدوجة، ولهما أطوال موجية أو ذبذبات متقاربة جداً ولهذا فهما يقال لهما ثنائيات (Doublets) . ومن أشهر ثنائي تعرفنا عليه هو الذي يتكون من خطين لونهما أصفر لغاز الصوديوم، ولهما الأطوال الموجية $5890\,A$ و $5896\,A$. في الحقيقة، بدايةً فإن ازدواجية خطوط الطيف أوقعت العلماء في مشكلة عويصة لتفسير هذه الظاهرة إلي أن تم اقتراح الحركة المغزلية للإلكترون ذات الاتجاهين.

ازدواجية خطوط الطيف ناتجة من تفاعل الحركتين المغزلية والمدارية للإلكترون. هذا التفاعل نشأ كالتالي:

1- دعونا نتصور الكترون، شحنته $(-e)$ و كتلة m_e، ويدور حول النواة المركزية الساكنة $+Ze$ في مدار نصف قطره r، بالمستوي XY، وبسرعة v. في إطار الإحداثيات XYZ ستكون مركبات العزم الزاوي L (باستخدام قاعدة اليد اليمني) في إتجاة Z كما بالشكل الأيسر.





2- في إطار الإحداثيات $X'Y'Z'$ (أنظر الشكل الأيمن) وفيه تدور النواة حول الإليكترون الساكن. وتنتج مجال مغناطيسي B موازي للمتجه L.

3- حيث أن الإليكترون ساكن بالنسبة للإحداثيات $X'Y'Z'$، فالتفاعل الوحيد سوف ينشأ بين المجال المغناطيسي للنواة و العزم المغناطيسي المغزلي للإلكترون μ_S، ويأخذ الشكل:

$$E_{LS} = \mu_S . \boldsymbol{B}$$

4- وحيث أن $\mu_S \propto S$ و موازي للمتجه فإن طاقة الإلكترون نتيجة لهذا التفاعل سوف يعطي:

$$E_{LS} = a\, \boldsymbol{S}.\boldsymbol{L}$$

حيث a مقدار يعتمد علي متغيرات عديدة تؤثر على حركة الإلكترون ويأخذ الصيغة:

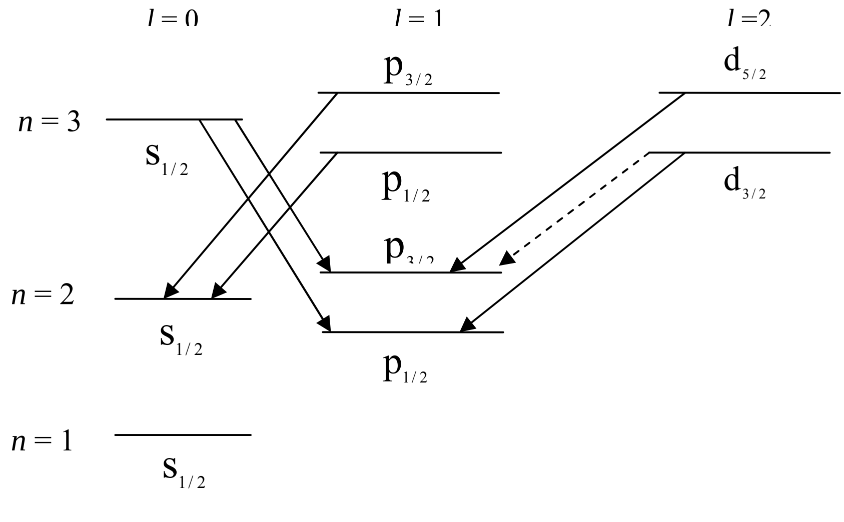
$$a = \frac{1}{m_e^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = \frac{Ze^2}{m_e^2 c^2} \frac{1}{r^3}$$

وقد استخدمنا $V = -\frac{Ze^2}{r}$ للتعبير عن الجهد المركزي (جهد كولم) للنواة.

لقيم المتجهات L و S نجد أن E_{LS} تعتمد علي الاتجاه النسبي بين المتجهين. وحيث أن S لها اتجاهين فقط بالنسبة إلي L فنستطيع أن نستنتج التالي: "*التفاعل المغزلي_المداري يفصل كل مستوي طاقة للإلكترون له القيمة l، $l > 0$، إلي مستويين متقاربين*". أحد هذه المستويات تناظر القيم L و S المتوازية $(j = l + \frac{1}{2})$ والأخر يناظر القيم L و S متضادي التوازي $(j = l - \frac{1}{2})$. في وجود التفاعل المغزلي_المداري فإن الدالة المميزة يجب أن تعرف بالشكل الاقتراني $\left| n, l, s, j, m_j \right\rangle$. ويعرف قانون الانتقاء في هذه الحالة بالتالي:

$$\Delta L = \pm 1, \quad \Delta m_l = 0, \pm 1, \quad \Delta j = 0 \pm 1, \quad \Delta m_j = 0, \pm 1,$$

الانتقال $\Delta m_j = 0$ ضعيف جداً لأنه يتطلب انعكاس حركه الإلكترون المغزلية بالنسبة لحركته المدارية، وهذا يتطلب قوة لا يقدر عليها التفاعل المغزلي_المداري، حيث أنه من القوي الضعيفة نسبياً.



انفصال مستويات الطاقة الناتج من تأثير التفاعل المغزلي_المداري والانتقالات المسموح بها. الخط المنقط يعبر عن انتقال $d_{3/2} \rightarrow p_{3/2}$ ذو الاحتمال الضعيف جداً.

الشكل العلوي يوضح انقسام مستويات الطاقة الناتج من تأثير التفاعل المغزلي_المداري والانتقالات المسموح بها. الخط المنقط يعبر عن انتقال $d_{3/2} \rightarrow p_{3/2}$ **ذو الاحتمال الضعيف جداً. نلاحظ هنا التالي:**

1- أن المستوي s **لم ينقسم وظل أحادي** (Singlet) **كما هو،**

2- الانتقالات من المستويات s **و** p **ثنائيه الخطوط،**

3- الانتقالات من المستويات d **و** p **ثلاثية الخطوط، بالرغم من ضعف أحدهم.**

مثال: احسب الفرق في الطاقة بين مستويين نتيجة تأثير التفاعل المغزلي_المداري للإلكترون.

الحل: نبدأ أولاً بالطاقة الكلية للإلكترون بالمستوي n **وهي:**

$$E = E_n + E_{LS} = -13.6\frac{Z^2}{n^2} + \langle a\, \boldsymbol{S}.\boldsymbol{L} \rangle$$

وبمعرفة القيم المتوسطه للقيم:

$$\langle a \rangle = \frac{|E_n| Z^2 \alpha^2}{\hbar^2 n l (l+1)(l+\frac{1}{2})}, \qquad |E_n| = 13.6\frac{Z^2}{n^2}$$

$$\langle \boldsymbol{S}.\boldsymbol{L} \rangle = \tfrac{1}{2}\left\langle \left(\boldsymbol{J}^2 - \boldsymbol{L}^2 - \boldsymbol{S}^2 \right) \right\rangle$$

$$= \frac{\hbar^2}{2}\left\{ j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right\} = \frac{\hbar^2}{2}\begin{cases} l & j = l + \frac{1}{2} \\ -(l+1) & j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

نجد أن:

$$E(\uparrow) = E_n + E_{LS}(\uparrow) = -13.6\frac{Z^2}{n^2} + \frac{\hbar^2}{2} a\, l, \qquad j = l + \tfrac{1}{2}$$

$$E(\downarrow) = E_n + E_{LS}(\downarrow) = -13.6\frac{Z^2}{n^2} - \frac{\hbar^2}{2} a\,(l+1), \qquad j = l - \tfrac{1}{2}$$

وحيث أن $\langle a \rangle$ **كمية موجبة، فإن المستويات** $j = l + \frac{1}{2}$ **سوف ترتفع قليلاً و المستويات** $j = l - \frac{1}{2}$ **سوف تنخفض قليلا بالنسبة لقيمة الطاقة** E_n **. والفرق بين المستويين هو:**

$$\Delta E_{LS} = E(\uparrow) - E(\downarrow) = \frac{\hbar^2}{2} a\,(2l+1) = \frac{|E_n| Z^2 \alpha^2}{n l (l+1)} \approx 5.32 \times 10^{-5}\, \frac{|E_n| Z^2}{n l (l+1)}$$

يتضح من الحسابات السابقة أن الفرق في الطاقة بين مستويين نتيجة تأثير التفاعل المغزلي_المداري للإلكترون كمية صغيرة بالنسبة إلي القيمة $|E_n|$ **وتقل أكثر مع زيادة** n **و** l **.**