

## الرياضي والمناضل

### لورنت شوارتز Laurent Schwartz

(1915-2002)

بقلم : د. أبو بكر خالد سعد الله

قسم الرياضيات

المدرسة العليا للأساتذة، القبة، الجزائر

[sadallah@wissal.dz](mailto:sadallah@wissal.dz)

ولد لورنت شوارتز عام 1915 في فرنسا وتوفي في 4 يوليو الماضي عن عمر يناهز 87 سنة. وقد تخرج من كلية المعلمين العليا الباريسية، ونال شهادة الدكتوراه خلال الحرب العالمية الثانية في ظروف صعبة. وانتسب بعد ذلك الى العديد من الهيئات العلمية والأكاديمية عبر العالم منها أكاديمية العلوم الفرنسية. وقد نال شوارتز شهرة عالمية واسعة لسببين هما : دور أعماله في مجال التحليل الرياضي ودوره المتميز كمناضل سياسي.

#### إسهام شوارتز في الرياضيات

كان لورنت شوارتز قد توصل الى نتيجة باهرة في حقل التحليل الرياضي حين أدخل خلال الأربعينيات من القرن العشرين، مفهوميا جديدا حلّ به عقدة كانت تقف حجر عثرة أمام الرياضيين والفيزيائيين على السواء. وبهذا المفهوم الجديد عرف التحليل الرياضي والرياضيات التطبيقية والفيزياء انطلاقة جديدة لازالت تأتي ثمارها إلى حد اليوم. هذا المفهوم هو مفهوم "التوزيعات" (distributions) أو "الدوال المعممة" (The generalized functions). ولذلك أحرز شوارتز عام 1950 على ميدالية Fields (1863-1932) المعادلة لجائزة نوبل في الرياضيات<sup>1</sup>. تعمم التوزيعات مفهوم الدوال التقليدية الذي اتضح بأنه غير كفيّل بتقديم الحلول للعديد من المسائل الرياضية، سيما تلك التي تدخل فيها المعادلات التفاضلية الجزئية الخطية (مثل معادلة الحرارة ومعادلة الأمواج).

لمعرفة أهمية التوزيعات في العلوم الدقيقة نشير الى أن الفيزيائيين والمهندسين يستعملون دوال غير مألوفة غالبا ما تكون خواصها متناقضة. ومن المعلوم لدى الرياضيين أن هناك دوال مستمرة (متصلة continuous) لكنها لا تقبل مشتقات derivatives. والقاعدة الأساسية في هذا الموضوع تقول إنه لا يجوز أبدا اشتقاق دوال غير مستمرة. بينما يقوم الفيزيائيون عموما باشتقاق الدوال غير آبهين بتلك القاعدة الجوهرية التي يعرف برهانها حتى

---

<sup>1</sup> جون فيلدز (1863-1932) رياضي كندي اشتهر في دنيا الرياضيات بفضل فكرة تيناها المؤتمر الدولي للرياضيات عام 1932. وتتمثل هذه الفكرة في منح ميدالية عالمية في الفروع الرياضية تعادل جائزة نوبل (التي لا تمنح للرياضيين). وقد قرّر الرياضيون فيما بعد إطلاق اسم فيلدز على هذه الميدالية، وكانت رغبة فيلدز أن تمنح الميدالية مرة كل أربع سنوات، وألا تمنح لمن تجاوز سنه أربعين سنة مهما كانت أعماله العلمية، وأن يكون عدد الحاصلين عليها في كل مرة محصورا بين 2 و 4. وهي الأحكام التي تسير عليها ميدالية فيلدز منذ ذلك التاريخ إلى اليوم.

طلبة الثانويات اليوم ويعاقبون عند الإخلال بها. والغريب أن الفيزيائيين ومستخدمي الرياضيات أنجزوا الكثير من المرافق والصناعات المبنية على استخدام هذه "المحرمات" لدى الرياضيين مثل مَدّ الجسور وتصميم السيارات والطائرات والحواسيب وتحديد مسارات الصواريخ، الخ!! لقد أتت نظرية التوزيعات بمفهوم اشتقاق جديد يبرر هذه العمليات تبريرا رياضيا متينا ويجيز مثلا اشتقاق دالة (معممة) غير مستمرة خلافا لما تنص عليه القاعدة الأساسية التي أشرنا إليها آنفا.

ولعله من المفيد أن نشير إلى أن الرياضي والفيزيائي والسياسي الإيطالي فولتيرا (Volterra) (1860-1940) قد تنبأ - في عام 1900 - بأن القرن العشرين سيكون قرن "نظرية الدوال Functions theory". وكذلك كان الأمر وصدق تنبؤ فولتيرا سيما بعد ظهور مفهوم "التوزيعات" الذي يعود الفضل فيه إلى لورنت شوارتز، وأيضاً إلى الرياضي الروسي سوبولاف (Sobolev) (1908-1989). وفي عام 1975 شهد الرياضي الشهير فلنكس برودر (Browder) (-1927). بأن القرن العشرين : "كان حقا قرن التحليل الدالي functional analysis". يلاحظ الرياضي الفرنسي الذائع الصيت جون ديودوني (Dieudonné) (1906-1992) بهذا الخصوص أن "التقدم الكبير الذي أحرزته نظرية المعادلات التفاضلية الجزئية تعتبر مثالا لتأثير نظرية الفضاءات الشعاعية التوبولوجية على التحليل. ولا شك أن نظرية التوزيعات كانت المحفز الكبير في هذا التفاعل على الرغم من أن تقنياتها انبثقت من مصادر قديمة". ولا يختلف رأي برودر بهذا الشأن عن رأي ديودوني.

وقد نشر لورنت شوارتز خلال 1950-1951 مؤلفه الشهير Théorie des distributions (نظرية التوزيعات) استعرض فيه زبدة أفكاره المتعلقة بمفهوم التوزيعات. ولم يقدم شوارتز في هذا الكتاب معلومات تاريخية، بل قدم سلسلة من المسائل والنظريات عكف على توضيحها باستخدام نظرية التوزيعات. ومما جاء في هذا الكتاب العبارات التالية التي توحى بمدى تواضع ووقار هذا الرجل العملاق : "تريد من خلال هذه الأمثلة أن نوضح بأن نظرية التوزيعات ليست أبدا بدعة ثورية ... والعديد من القراء سيجدون فيها أفكارا مألوفة لديهم. إنها نظرية تمزج بطريقة بسيطة ودقيقة كفاءات غير متجانسة ... !!"

وقد كوّن الأستاذ شوارتز رياضيين كبارا، نذكر من بينهم الرياضي المتمرد ألكسندر غروتديك (Grothendick) (-1928) الحائز، هو الآخر، على ميدالية فيلدز عام 1966؛ وكذا الرئيس الأسبق لأكاديمية العلوم الفرنسية الأستاذ جاك لويس ليونس (Lions) (1928-2001)، وهو باعث الرياضيات التطبيقية في فرنسا وغيرها خلال النصف الثاني من القرن العشرين<sup>2</sup>. وكان ليونس أيضا مستشارا لدى العديد من كبريات الهيئات الرسمية والخاصة في الشؤون العلمية. وتجدر الملاحظة إلى أن إبنة الأوحده بيير لويس ليونس (-1956)، قد نال بدوره ميدالية فيلدز عام 1994 مثل "جدّه" العلمي لورنت شوارتز.

ومن غريب الصدف أن ينال بيير لويس ليونس هذه الجائزة لأنه "تمرد" على ما جاء به لورنت شوارتز! فقد تبين مؤخرا أن العديد من الأسئلة التي تطرح اليوم تفضي إلى مسائل في العديد من المجالات (مثل الفيزياء والاقتصاد) تصاغ في معادلات تفاضلية جزئية غير خطية لا تنفع فيها التوزيعات. ولذا توجب التفكير في نوع آخر من الحلول يبتعد عن النوع الذي ألفته هذه الفئة من الرياضيين. ومن تلك الحلول هناك نوع يبدو غريبا لجأ إليه بيير لويس ليونس يتمتع بمفهوم تقارب convergence ليس بالمعنى الذي أحدثته نظرية التوزيعات، بل بمعنى آخر (سمي مفهوم اللزوجة viscosity) وأصبحنا نتحدث عن الحلول اللزجة عندما نفقد الوسيلة إلى بلوغ الحلول

<sup>2</sup> أحصت الهيئة الأمريكية للرياضيات American Mathematics Society 529 بحثا وكتابا من تأليف جاك لويس ليونس.

التوزيعية. ومفهوم الحلول اللزجة مفهوم معقد ظهر في بداية الأمر كحيلة استخدمت في حل معادلة خاصة، لكن سرعان ما عمم إلى حالات كثيرة أخرى.

والواقع أن نظرية التوزيعات لا زالت تدرس لذاتها من أجل الكشف عن بعض خواصها الخفية. فعلى سبيل المثال يجد الرياضيون صعوبة في تعريف عملية ضرب التوزيعات فيما بينها تتسجم مع عملية ضرب الدوال ولا تحدث فجوات في نظريات التحليل الرياضي<sup>3</sup>.

### التقريب بين وجهتي النظر الرياضية والفيزيائية : كتلة ديراك Dirac (1902-1984)

يعرف الرياضي والفيزيائي الأنكليزي ذو الأصل السويسري، ديراك بكائن رياضي-فيزيائي يرمز إليه بـ  $\delta$  ويدعى لدى الفيزيائيين بـ "كتلة" ديراك ولدى الرياضيين بـ "قياس" ديراك. بينما يسميه البعض "دالة" ديراك ويعرفونه كما يلي:

$$\delta(x)=0, \forall x \in \mathbb{R}^*$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) \cdot \varphi(x) dx = \varphi(0),$$

وذلك مهما كانت الدالة  $\varphi$  المتمتعة بخواص معينة. وبصفة خاصة، إذا كان  $\varphi(x)=1$  فإن

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1.$$

نلاحظ أن هذا التعريف عديم المعنى لأن "الدالة"  $\delta$  منعدمة تقريبا حيثما كان (فهي منعدمة في كل مكان ما عدا في الصفر)، وعليه فتكاملها ينبغي أن يكون منعدما حسب قواعد المكاملة في الرياضيات، وبالتالي فهو لا يساوي 1!

لكننا إذا اعتمدنا على حدسنا فإننا ندرك بأن هناك كائنا رياضيا يتمتع بمميزات "الدالة"  $\delta$ . لعلنا نقتنع بذلك باعتبار متتالية الدوال  $(f_n)$  المعرفة بـ:

$$\begin{cases} f_n(x)=0 & : |x| > \frac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^*, \\ f_n(x)=n & : |x| \leq \frac{1}{2n}, \forall n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$$

من السهل التأكد من أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^* : \int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x) dx = 1.$$

وعليه:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x) dx = 1.$$

وإذا اعتبرنا دالة  $\varphi$  "ملائمة" (مثلا دالة تقبل الاشتقاق ومشتقتها محدود) فإننا نحصل على:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_n(x) \cdot \varphi(x) dx = \varphi(0).$$

ومن ثم يتبين أن "الدالة"  $\delta$  تبدو كنهاية لمتتالية الدوال  $(f_n)$ . غير أن خواص هذه النهاية تثبت أنها ليست دالة بالمفهوم المعتاد. لقد أعادت نظرية التوزيعات النظر في القواعد التي تتحكم في "الدالة"  $\delta$ ، فتطلب منها ذلك

<sup>3</sup> أنظر مثلا كتاب :

Colombeau J.-F. : Multiplication of Distributions, Springer-Verlag, Berlin, New York, 1992.

تعريف كائنات رياضية جديدة. تلك الكائنات هي التي سميت "التوزيعات". ومن بين التوزيعات نجد توزيع ديراك  $\delta$  (وليس "دالة" ديراك) الذي نعرفه كالتالي :  $\delta(\varphi)=\varphi(0)$  بدل  $\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x).\varphi(x)dx=\varphi(0)$ . وهكذا نتخلص من ظهور التكامل الذي تتطلب كتابته لدى الرياضيين توفر شروط دقيقة لا يتمتع بها  $\delta$ . كما نستغني عن كتابة  $\delta(x)$  التي لا تعني شيئا عند الرياضيين في هذه الحالة. والمهم في كل ذلك أننا حافظنا على النتيجة وهي  $\varphi(0)$  ... وبذلك أَرْضَى لورانت شوارتز الرياضيون والفيزيائيون معا !!

### رياضي في مواجهة القرن

لا غرو في أن يبرع لورنت شوارتز في الرياضيات فهو يشير في مذكراته - التي نشرها عام 1997 تحت عنوان "رياضي في مواجهة القرن" (Un mathématicien aux prises avec le siècle) - إلى أن الرياضيَيْن الشهيرين جاك هادامار Hadamard (1865-1963) وبول ليفي Levy (1886-1971) من أقربائه. كما أنه أحيط بعناية خاصة من طرف العلامة جون ديودوني.

العنوان المثير "رياضي في مواجهة القرن" الذي اختاره شوارتز لمذكراته يبدو غريبا لمن لم يطلع على حياته. لقد كان شوارتز يقوم بثلاث مهام : التدريس في الجامعة والبحث العلمي والنضال السياسي. أما التعليم والبحث العلمي فهما متكاملان ويتطلب القيام بهما وقتا طويلا. لكن النضال السياسي، إذا ما طال، فهو يمتص الوقت الذي يحتاج إليه الباحث. وهنا يعترف شوارتز في مذكراته أنه كان في صراع دائم مع الزمن لكي يوفق بين هذا وذلك.

ويروي شوارتز، على سبيل المثال، كيف كان يعامل خلال النصف الثاني من القرن العشرين بسبب مواقفه السياسية الشجاعة، سيما عند طلب التأشير للادخول إلى بعض البلدان عندما ذاع صيته وأصبحت الدعوات توجه إليه من كل مكان. والطريف أن لورنت شوارتز هذا لم يتمكن، عام 1950، من الحصول على تأشيرة للادخول إلى الولايات المتحدة الأمريكية واستلام ميدالية فيلدز التي جرى حفل تسليمها يوم 30 أغسطس 1950 بجامعة هارفارد. لكن ووقوف جميع الرياضيين في أمريكا وخارجها وقفة رجل واحد للضغط على الحكومة الأمريكية من أجل السماح له بدخول إلى ترابها جعل حكومة واشنطن آنذاك تعدل عن قرارها وتمنح لشوارتز تأشيرة دخول.

وكان شوارتز عضوا محركا في "لجنة المثقفين المضادين لمواصلة الحرب في شمال إفريقيا" التي أنشئت عام 1955. وقد استعرض شوارتز في مذكراته مراحل نضالاته في إطار هذه اللجنة. وتناول أيضا تفاصيل مساندته للفييتام خلال الستينيات ووقوفه ضد غزو أفغانستان من قبل الاتحاد السوفيتي خلال الربع الأخير من القرن العشرين. كما تحدث عن مناصرته للعلماء والمثقفين المناضلين في شتى بلدان العالم و"المنشقين" الرياضيين، سيما في الاتحاد السوفيتي وجنوب أمريكا خلال السبعينيات والثمانينات.

وبطبيعة الحال فقد جاءت في هذه المذكرات تفاصيل كثيرة عن حياة شوارتز منذ طفولته إلى أن بلغ ثمانين حولاً. كما نجد في الكتاب عشرات الصفحات التي خصصها المؤلف للجانب الرياضي البحث ولعلاقاته العلمية مع مختلف رياضي عصره، وهي صفحات يستفيد من قراءتها الرياضيون دون غيرهم.

### شوارتز وموريس أودان Audin

يعرف سكان عاصمة الجزائر ومن زارها ساحة موريس أودان الواقعة في مخرج نفق الجامعة. فمن هو موريس أودان؟ كان أودان أستاذ الرياضيات بجامعة الجزائر في منتصف الخمسينيات. وقد تحدث عنه شوارتز في

مذكراته فأشار الى أن أودان اغتيل بالجزائر عام 1957 قبيل مناقشة أطروحة الدكتوراه وبعد أن قابل شوارتز بباريس في إطار تحضير عمله العلمي. ويروي شوارتز أن مورييس أودان اختطف من منزله من طرف مجموعة من المظليين الفرنسيين، لاتجاهه السياسي ومطالبته آنذاك باستقلال الجزائر. ويؤكد شوارتز أن الضابط شاربونييه Charbonnier قام بتعذيب أودان حتى وصل به الغضب الى خنقه فلفظ أنفاسه. ونفى شوارتز صحة الرواية الرسمية التي قدمتها آنذاك السلطات الاستعمارية لمقتل أودان.

فقد أعلنت الصحافة الفرنسية في صائفة 1957 أن مورييس أودان قد أوقف يوم 11 يونيو 1957 بمنزله من قبل فرق المظلات الاستعمارية. وبعد عشرة أيام أصبح يعتبر هذا الأستاذ - بصفة رسمية - في عداد المفقودين. وتوضح هذه الرواية أن أودان هرب خلال تحويله من مكان الى مكان آخر، موضحة أنه قفز فيما يبدو من السيارة العسكرية التي كان يمتطيها. وبفضل نضال شوارتز ورفقائه أعيد الاعتبار مؤخرا إلى أودان فسمي شارع بباريس عام 2001 باسم مورييس أودان على الرغم من أن الرسميين الفرنسيين يجدون حرجا في الاعتراف بشكل واضح برواية شوارتز حول مقتل أودان.

وكانت بحوث أودان الرياضية قد بلغت مرحلة متقدمة عام 1956 فرأى أن الوقت قد حان لمناقشتها في إطار رسالة الدكتوراه خلال السنة الموالية. ولذلك سافر الى باريس ملتصقا من الأستاذ شوارتز أن يكون عضوا في لجنة مناقشة الدكتوراه. وشرع أودان في تحرير أطروحته لدى عودته الى الجزائر ... وكان على وشك الانتهاء منها يوم 11 يونيو 1957 (يوم اختطافه من منزله). ولم يكتب له مناقشة هذه الأطروحة لأنه لم يظهر أمام الجمهور منذ ذلك التاريخ.

ومن المعلوم أن شوارتز عمل على أن تناقش أطروحة مورييس أودان غيايبا بباريس إثر اغتياله تعبيرا عن استنكار الجامعيين للتعذيب الذي كان يمارسه الاستعمار بالجزائر. وتم ذلك فعلا يوم الثاني ديسمبر عام 1957 : فقد غصت إحدى مدرجات جامعة السوربون في ذلك اليوم بالجمهور، ونهض رئيس لجنة المناقشة - المشكلة من رياضيين ذوي شهرة عالمية - وطلب (مخاطبا جمهور القاعة) من مورييس أودان التقدم لمناقشة أطروحته، وكأنه لا يدري أن مورييس أودان غير موجود. فلم يتقدم أحد. ولذا طلب الرئيس من الأستاذ المشرف على عمله القيام بهذه المهمة. وكان لهذا الحدث، الذي حضره أيضا حشد من الصحفيين، صدى واسع ومؤثر في صفوف الجامعيين والمفكرين جعلهم يدركون واقع الأوضاع في الجزائر آنذاك. ومن ثم تجدد الكفاح ضد التعذيب في الجزائر من قبل الطبقة المثقفة.

### النضال المتواصل

كان لورنت شوارتز قد أقيمت من منصبه كأستاذ جامعي عام 1961، وهذا عندما وقع نداء يدعو فيه الشباب الفرنسيين الى العصيان وعدم الاستجابة للحكومة عندما تطلب منهم حمل السلاح ومحاربة الجزائريين. وتعرض شوارتز الى عدة محاولات اغتيال من طرف اليمين المتطرف في فرنسا بسبب هذه المواقف الجريئة، كما اختطف في فيفري 1962 ابنه للضغط عليه. ولذا كان إهداء مذكرات الوالد موجهة الى هذا الابن.

وكان بيير مسمير Messmer، وزير الدفاع الفرنسي، هو الذي أقال شوارتز من منصبه عام 1961 بسبب توقيعه لنداء العصيان، فوجه إلى هذا الأخير رسالة يشرح فيها الأسباب التي جعلته يقرر إقالته من منصبه كأستاذ في الكلية المتعددة التقنيات<sup>4</sup> قائلا: "طبقا لتعليماتي، قام الجنرال قائد الكلية المتعددة التقنيات بدعوتكم الى تأكيد

<sup>4</sup> الكلية المتعددة التقنيات Ecole polytechnique بباريس مؤسسة جامعية نخبوية عريقة أسست منذ قرون ككلية عسكرية فظلت تحمل هذا الطابع.

توقيعكم على الإعلان المتعلق بحق العصيان في حرب الجزائر. وقد أكدتم له توقيعكم لهذا البيان. إن هذا الموقف يتناقض مع ممارسة وظيفة أستاذ بكلية عسكرية. ولذا فإنه لا يمكنني أن أبقاكم في هذا المنصب مدة أطول لأن ذلك يعارض في نفس الوقت العقل والشرف. تجدون مرفقا قرارا ينهي مهامكم بالكلية العسكرية".

ورد شوارتز في الحال على وزير الدفاع برسالة نشرت آنذاك في الصحافة جاء فيها على الخصوص "إني آسف على التوقف عن التدريس وعلى التخلي عن طلبية ممتازين. لكن السؤال اليوم ليس هذا. لقد ارتأيت إرفاق قرار الإقالة برسالة تقولون فيها أن إبقاءكم إياي في مناصبي يعارض العقل والشرف. وإن كنت قد وقعت (هذا الإعلان) فأحد أسباب ذلك هو أنني لاحظت منذ عدة سنوات التعذيب لا يعاقب والقائمون عليه يرقون ويجازون. وكان تلميذي مورييس أودان قد عذب و اغتيل عام 1957. وكنتم انتم، معالي الوزير، الموقعين على ترقية الرقيب شاربونييه (جلاد مورييس أودان) فمنح وسام الشرف الاستثنائي ... وأكد هنا على كلمة "الشرف". إن الحديث عن "الشرف" من طرف وزير تحمل تلك المسؤوليات لا يحرك ساكنا عندي".

ولم يتوقف نضال لورنت شوارتز حتى وفاته. فقبل أن يرحل ببضعة شهور وقع العديد من النداءات المؤيدة للكفاح الفلسطيني ومنذدة بممارسات الحكم الإسرائيلي. ومن تلك النداءات نداء للأطباء ورجال العلم والفن والثقافة - وقع يوم 13 فبراير 2002 - يطالبون فيه احترام مبادئ الأمم المتحدة ولوائحها واتفاقيات جنيف وتفكيك شبكة المستوطنات الإسرائيلية وسحب الجيش الإسرائيلي إلى ما وراء حدود 1967 وإنشاء دولة فلسطينية وللجوء إلى إيفاد قوات دولية إلى فلسطين تفصل المتنازعين. وعندما كان الرئيس ياسر عرفات محاصرا في رام الله من قبل الجيش الإسرائيلي كان لورنت شوارتز من أوائل الموقعين على نداء عنوانه "لقد طفح الكيل" Trop c'est trop يستنكر ما كان يجري في الأراضي الفلسطينية.

هكذا كان لورنت شوارتز دائما في مواقفه الإنسانية يقف مع المظلومين والمستضعفين في كل مكان. ويشهد له الطلبة العرب ممن تتلمذوا على يديه والباحثون والأساتذة الذين عرفوه عن كثب في الجامعات الباريسية بروحه العلمية العالية وأخلاقه وخصاله النبيلة التي تجعله يمد يد العون لكل من يطلبها. لقد رحل الرجل وبقيت مواقفه وأعماله.

## أهمّ المراجع

Colombeau J.-F. : Multiplication of Distributions, Springer-Verlag, Berlin, New York, 1992.

Malgrange B L.: Schwartz et la théorie des distributions, In Colloquium in honor of Laurent Schwartz 1, Palaiseau, 1983, Astérisque 131, 1985, 25-33.

Tronel G.: Un mathématicien mort sous la torture, Pour la Science, September 2001.

Schwartz L.: Un mathématicien aux prises avec le siècle, Odile Jacob, Paris, 1997.